NUEVAS TABLAS NAUTICAS DE ALTURA Y AZIMUT,

Por el Sr. A. Obrecht.

Las nuevas Tablas Náuticas ideadas y calculadas por el Sr. A. Obrecht, actual Director del Observatorio Astronómico Nacional de Lo Espejo, son de construcción similar y basadas en el mismo principio que lo hizo el capitán R. de Aquino de la armada brasileña, y a semejanza de éstas dan simultáneamente la altura y azimut de un astro cualquiera, resolviendo el triángulo de posición sin el empleo de cálculo logarítmico.

La extensión de 0° a 180° dados al horario y al lado que comprende la latitud, evita el empleo de otros ángulo auxiliares, sino únicamente los necesarios del mismo triángulo y también, no tener en cuenta otros signos que los de la latitud, declinación y horario, es decir, de los elementos que se usan para deducir la altura y azimut, y obtener el determinante Saint Hilaire.

Su pequeño volumen de 123 páginas y lo sencillo de su uso permiten una aplicación ámplia y práctica al problema de las rectas de altura, las cuales hoy día son de uso exclusivo en la mar, además de que abarcan una extensión de 0° a 90° en altura, latitud y declinación.

Como las tablas en cuestión resuelven el triángulo de posición, su uso está también ampliado a otros problemas no menos importantes:

1.° Identificar astros, o sea la determinación de su ángulo horario y declinación, conociendo la latitud del observador, altura y azimut verdaderos de aquél.

2.° Rumbo inicial, distancia y coordenadas del vértice de la ortodrómica entre dos puntos terrestres. También el obtener varios puntos de la ortodrómica a partir desde el vértice.

3.º Desde que las tablas dan el azimut verdadero de un astro, se obtiene el desvío del compás.

4.º Ángulo al polo u horario de un astro en el instante de su orto u ocaso verdaderos.

5.º Otros problemas de menor importancia en donde intervenga un triángulo esférico rectángulo.

Con el auxiliar de las nuevas tablas he resuelto gran cantidad de rectas de altura, y también las he ensayado en la resolución de varios problemas de identificar astros, ortodrómica, etc., obteniendo resultados más rápidos y tan exactos como los efectuados por el cálculo logarítmico. La única dificultad que se me presentó es la poca extensión de las tablas de partes proporcionales que van anexadas a cada ejemplar, dificultad que he subsanado haciéndolas más amplias; calculé las columnas horizontales de unidad en unidad en vez de diez en diez como en realidad lo están. A mi juicio creo que aún se les puede dar mayor extensión, calculándolas de media en media unidad, con lo que naturalmente la interpolación se haría más sencilla.

***

Las nuevas Tablas Náuticas permiten obtener *simultáneamente y sin cálculo logarítmico*, la altura y azimut de un astro cualquiera.

Como lo dice su autor, las tablas tienen doble entrada; el argumento vertical x varía de grado en grado desde 0° a 90°, y el argumento horizontal Y varía también de grado en grado desde 0° hasta 180°.

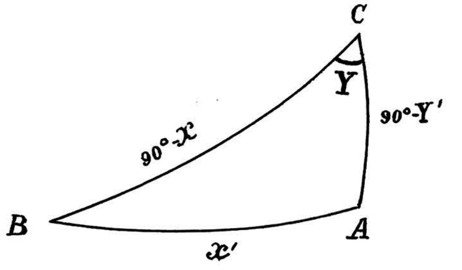
Los datos de las tablas son los valores en grados, minutos y décimos de minutos de dos ángulos llamados x' e Y', que se pueden llamar *conjugados* de x e Y; quedando x' comprendido entre 0° y 90°, Y' entre 0° y 180°.

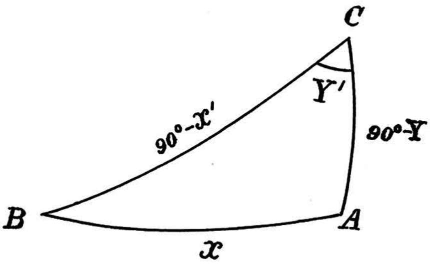
***

Si consideramos cualesquiera de las dos figuras adjuntas para la interpretación geométrica de los ángulos conjugados, en las cuales el triángulo $A\,B\,C$ es rectángulo en A, tenemos:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} x' &= \cos x \operatorname{sen} Y \\ \cos x' \cos Y' &= \cos x \cos Y \\ \cos x' \operatorname{sen} Y' &= \operatorname{sen} x. \end{aligned}$$

En las aplicaciones, x e Y pueden ser positivos o negativos; se deduce entonces de las relaciones anteriores *que tiene x' el signo de Y*



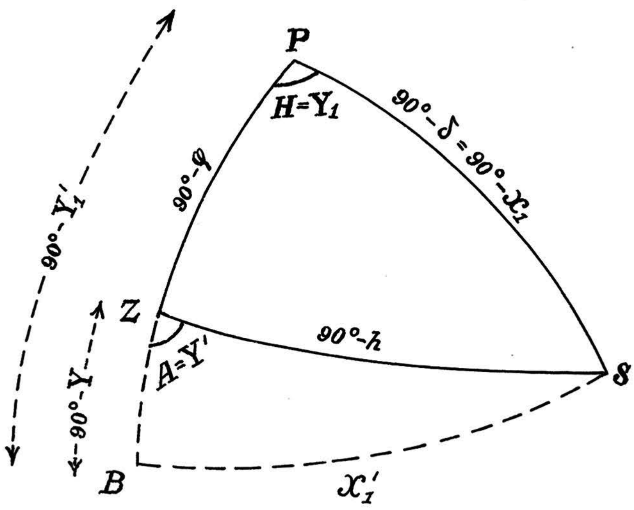


e Y' el de x. Esta regla tan sencilla permite evitar el empleo de los signos en las tablas y es la que únicamente debe tenerse presente en su uso.

*
* *

En el caso particular del cálculo de la altura y azimut de un astro, sea δ la declinación, H su ángulo al polo, h la altura encima del horizonte y A su azimut; φ la latitud geográfica del observador, SB un arco de círculo máximo perpendicular a PZ.

De la figura adjunta deducimos en el triángulo PBS.



$$\text{sen } SB = \text{sen } H \ \cos \delta$$

o bien $$\text{sen } x'_1 = \text{sen } Y_1 \ \cos x_1 \qquad (1)$$

El mismo triángulo nos dá:

$$\cos H = \tan j\ \delta\ \tan j\ PB$$

o bien

$$\cos Y_1 = \tan j\ x_1\ \tan j\ (90^\circ - Y)$$

de donde se deduce:

$$\text{cotanj}\ Y'_1 = \cos Y_1\ \text{cotanj}\ x_1 \qquad (2)$$

Por otra parte, en el trïángulo ZBS tenemos:

$$\text{sen}\ h = \cos BS \cos ZB$$

o bien

$$\text{sen}\ h = \cos x'_1\ \cos (90^\circ - Y)$$

y como

$$Y = 90^\circ - ZB = Y'_1 + 90^\circ - \varphi$$

$$\text{sen}\ h = \cos x'_1\ \text{sen}\ Y'_1 + 90^\circ - \varphi \quad (3)$$

El mismo triángulo nos dá:

$$\text{sen}\ BZ = \text{cotanj}\ A\ \tan j\ SB$$

o bien

$$\text{sen}\ (90^\circ - \phi) = \text{cotanj}\ Y'\ \tan j\ x'_1$$

de donde

$$\text{cotanj}\ Y'_1 = \text{cotanj}\ A = \cos Y'_1 + 90^\circ - \varphi\ \text{cotanj}\ x'_1 (4)$$

La figura enunciada nos dá también:

$$\text{sen}\ x'_1 = \cos \delta\ \text{sen}\ H$$
$$\cos x'_1\ \cos Y'_1 = \cos \delta \cos H$$
$$\cos x'_1\ \text{sen}\ Y'_1 = \text{sen}\ \delta$$

por las cuales puede verse que x'_1 e Y'_1 son conjugados de los ángulos

$$x_1 = \delta$$
$$Y_1 = H$$

En seguida tenemos:

$$\text{sen}\ h = \cos x'_1\ \text{sen}\ (Y'_1 + 90^\circ - \varphi)$$
$$\cos h \cos A = \cos x'_1\ \cos (Y'_1 + 90^\circ - \delta)$$
$$\cos h\ \text{sen}\ A = \text{sen}\ x'_1$$

mostrando que h, A son conjugados de los ángulos

$$x = x'_1$$
$$Y = Y'_1 + 90^\circ - \varphi$$

Las páginas de la izquierda de las tablas están construídas por medio de la fórmula (1), en las que entrando con $x_1 = \delta$ e $Y_1 = H$ se obtiene $x'_1 = SB$.

Las páginas de la derecha de las mismas tablas están construídas por medio de la fórmula (2), en donde se entra con los mismos datos anteriores y se obtiene el valor de $Y'_1 = 90° - PB$.

Y como las fórmulas (3) y (4) son similares a las (1) y (2) respectivamente, las páginas de la izquierda nos darán el valor de $x' = h$ y las de la derecha $Y' = A$, entrando con $x'_1 = S\,B = x$ y con $Y'_1 + 90° - \varphi = Y$.

En resúmen, se pone primeramente

$$\begin{aligned} x_1 &= \delta \\ Y_1 &= H \end{aligned}$$

dando las tablas los conjugados de x'_1 e Y'_1.

En seguida se pone:

$$\begin{aligned} x'_1 &= x \\ Y'_1 + 90° - \varphi &= Y \end{aligned}$$

dando las tablas los conjurados x' Y', o sean la altura $h = x'$ y el azimut $A = Y'$.

Los ángulos h, δ, φ, están comprendidos entre 0° y 90°; el primero siempre es positivo por tener que observarse y referirse a alturas sobre el horizonte, y los otros dos son positivos en el hemisferio norte y negativo en el sur. Los ángulos H y A se cuentan desde 0° a 180° a partir desde el meridiano sur, con signo + hacia el oeste y — hacia el este.

La regla de los signos define sin ambigüedad el signo que debe darse al azimut A.

*
* *

Las tablas han sido dispuestas de manera que los valores de x' e Y' se encuentren en dos páginas adyacentes. Primeramente y en la página de la izquierda se calculan los valores de x'_1 que corresponden al ángulo dado de $x'_1 = \delta$ para dos valores de argumento horizontal, que difieren exactamente en un grado y comprenden el ángulo dado $Y_1 = H$: en seguida se interpola entre estos dos valores y se obtiene el ángulo x'_1. El cálculo de Y'_1 se hace análogamente operando en la página de la derecha y con los mismos elementos antedichos.

Después se deduce el valor de $Y'_1 + 90° - \varphi = Y$. Con el valor de x'_1 ya deducido y con $Y'_1 + 90° - \varphi$ se entra nuevamente a las tablas, operando como anteriormente. La página de la izquierda dá el valor de $h = x'$ y la de la derecha $A = Y'$.

Cada tabla va acompañada de una tabla auxiliar de partes proporcionales, con el objeto de simplificar las operaciones.

La aproximación es generalmente de 0',1, pues si se examinan las segundas diferencias, tanto verticales como horizontales, se vé que casi siempre quedan menores de 0',8 en casi toda la extensión de las tablas, de lo que resulta que la interpolación proporcional es menor que 0',1.

Hay, sin embargo, excepción, y ésta es, cuando x es pequeño e Y próximo a 90°, la cual se presenta rara vez en la práctica corriente. Este caso se refiere a un astro cerca del zenit o del horizonte al E. o al W. Para obtener la misma aproximación, es necesario, entonces, tomar en cuenta las segundas diferencias, reemplazando la diferencia tabular $\triangle$ por la siguiente

$$\Delta' = \Delta - \varkappa \, \Delta_2$$

siendo Δ_2 la segunda diferencia y $\varkappa$ un coeficiente numérico dado por la tabla adjunta en función del número m de minutos del argumento.

m	$\varkappa$
0'	0,50
10	0,42
20	0,33
30	0,25
40	0,17
50	0,04

En cuanto al signo de $\varkappa \; \Delta_2$ no existe ambigüedad, pues el valor de Δ' debe quedar comprendido entre Δ y la diferencia tabular anterior.

En el caso excepcional citado, es decir, cuando x es pequeño e Y vecino a 90°, las tablas presentan entonces diferencias tabulares muy grandes, por lo cual conviene calcular, directamente los ángulos x' e Y por medio de las fórmulas

$$\text{tanj } Y' = \text{tanj } x \text{ sec } Y$$
$$\text{tanj } x' = \cos Y' \text{ tanj } Y.$$

fórmulas deducidas de las de los ángulos conjugados

$$\text{sen} = \cos x \text{ sen } Y \qquad (a)$$
$$\cos x' \cos Y' = \cos x \cos Y \qquad (b)$$
$$\cos x' \text{ sen } Y' = \text{sen } x \qquad (c)$$

en las cuales se divide la *(c)* por la *(b)* y se obtiene

$$\text{tanj } Y' = \frac{\text{tanj } x}{\cos Y} = \text{tanj } x \sec Y$$

y dividiendo la *(a)* por la *(b)* resulta

$$\frac{\text{tanj } x'}{\cos Y'} = \text{tanj } Y$$

o bien

$$\text{tanj } x' = \cos Y' \text{ tanj } Y.$$

*
* *

Ejemplo I.—Mayo 11 de 1919 y en latitud $\varphi = -46^\circ 25'$ se tiene para Achemar:

$$\delta = -\ 57^\circ\ 88',6$$
$$H = +\ 131^\circ\ 46',3$$

Para $\delta = 57^\circ$ y $H = 131^\circ$ la tabla (páj. de la izquierda) dá $24^\circ\ 16',2$ e inmediatamente al lado se tiene diferencia tabular $= 41',8$.

Entrando a la tabla de partes proporcionales con los minutos de la declinación $38',6$ y con la diferencia tabular $41',8$ y operando por interpolación, se encuentra como corrección $-\ 26',8$. Se emplea el signo menos, porque los valores de la tabla van disminuyendo con respecto a δ.

Luego:

$$\begin{array}{r} 24^\circ\ 16',2 \\ -\ 26',8 \\ \hline 23^\circ\ 49',4 \end{array}$$

$23^\circ\ 49',4$ que corresponde a $\delta = 57^\circ\ 38',6$ y $H = 131^\circ$.

Para $\delta = 57^\circ$ y $H = 132^\circ$ la tabla dá $23^\circ\ 52',6$ y diferencia tabular $= 41,0$

La tabla de partes proporcionales para los minutos de la declinación 38',6 y diferencia tabular = 41',0 dá — 26',4.

Luego:

$$\begin{array}{r} 23^\circ\ 52',6 \\ -\ 26',4 \\ \hline 23^\circ\ 26',2 \end{array}$$

que corresponde a $\delta = 57^\circ\ 38',6$ y $H = 132^\circ$.

Esto que hemos hecho no es otra cosa que la interpolación vertical o sea para los minutos de la declinación. Hagamos ahora lo mismo para los minutos del ángulo al polo o interpolación horizontal.

Hagamos la diferencia de los valores ya encontrados

$$\begin{array}{r} 23^\circ\ 26',2 \\ 23\ \ 49',4 \\ \hline \text{Dif}^{a}. = -\ 23,2 \end{array}$$

Entrando a la tabla de partes proporcionales con 23',2 y con los minutos 46',3 del ángulo al polo, se tiene como corrección — 18',0

Por consiguiente:

$$\begin{array}{r} 23^\circ\ 49',4 \\ -\ 18',0 \\ \hline x'_1 = +\ 23^\circ\ 31',4. \end{array}$$

Se dá el signo + porque $Y_1 = H$ es positivo, pues como se dijo al principio, x' toma el signo de Y.

La página del frente o de la derecha dá en la misma forma el valor de Y'_1.

Interpolemos verticalmente para los minutos de la declinación.

$\left.\begin{array}{r} \delta = 57^\circ \\ H = 131^\circ \end{array}\right\}$ la tabla da 113° 04',6. Difª. tabular 47',1

Corrección para 47',1 y 38',6 = — 30,2

$$\begin{array}{r} \hline 112\ \ 34',4 \end{array}$$

$\left.\begin{array}{r} \delta = 57^\circ \\ H = 132^\circ \end{array}\right\}$ la tabla da 113° 29',2. Difª. tabular = 47',8

Corrección para 47',8 y 38',6 = — 30',7

$$\begin{array}{r} \hline 112^\circ\ 58',5 \end{array}$$

Interpolemos horizontalmente para los minutos del ángulo al polo.

$$\begin{array}{r} 112^\circ\ 58',5 \\ 112^\circ\ 34',4 \\ \hline \text{Dif}^{a}. = +\ 24',1 \end{array}$$

La tabla de partes proporcionales para 24',1 y 46',3 dá como corrección + 18',5.

Por consiguiente:

$$\begin{array}{r} 112^\circ\ 34',4 \\ +\ 18',5 \\ \hline \end{array}$$

$Y'_1 = -112^\circ\ 52',9$. Se dá el signo — porque $x_1 = \delta$ es negativo, y como ya se dijo, Y' toma el signo de x.

De este modo tenemos resueltas las fórmulas (1) y (2) deducidas al principio.

A continuación damos aquella parte de las páginas 106 y 108 conteniendo los datos donde se dedujo el valor de x'_1, y también las de las 107 y 109 conteniendo los datos para determinar Y'_1.

En el caso presente hubo necesidad de recurrir a dos páginas para obtener x'_1 e Y'_1 porque coincidió que los valores de $H = 131^\circ$ se encontraban tabulados en el límite derecho la pág. 106 para x'_1 y 107 para Y'_1. A su vez los de $H = 132^\circ$ en las páginas 108 y 109 para x'_1 e Y'_1 respectivamente.

PÁGINA 106.

x'

$\frac{Y}{x}$	126°	127°	128°	129°	130°	131°	
45°						32° 15',2	
⋮						⋮	
							41,3
56						24 57,8	
							41,6
57						24 16,2	
							41,8
58						23 34,4	
							42,0

PÁGINA 108.

x'

$\frac{Y}{x}$	132°			133°	134°	135°	136°	137°
45°	31°	42',1						
⋮	⋮	⋮						
			40,5					
56	24	33,4						
			40,8					
57	23	52,6						
			41,8					
58	23	11,6						
			41;3					

PÁGINA 107.

Y'

$\frac{Y}{x}$	126°	127°	128°	129°	130°	131°		
45°						123°	16',0	
⋮						⋮	⋮	
								48,2
56						113	52,2	
								47,6
57						113	4,6	
								47,1
58						112	17,5	
								46,7

PÁGINA 109.

Y'

$\frac{Y}{x}$	132°			133°	134°	135°	136°	137°
45°	123°	47',3						
⋮	⋮	⋮						
			48,8					
56	114	17,5						
			48,3					
57	113	29,2						
			47,8					
58	112	41,4						
			47,2					

Enseguida se efectúa la operación para obtener la cantidad $Y'_1 + 90° - \varphi = Y$ y poder resolver la fórmulas (3) y (4), que son similares (1) y (2), con el auxilio de las tablas, obteniendo de este modo la altura h y azimut A.

$$\begin{aligned} Y'_1 &= -\ 112°\ 52',9 \\ 90° - \varphi &= +\ 136°\ 25',0 \\ \hline Y'_1 + 90° - \varphi &= +\ 23°\ 32',1 = Y \end{aligned}$$

Hagamos la interpolación vertical para los minutos de x'_1.

Entrando a las tablas (pág. de la izquierda) con los valores encontrados de x'_1 en la columna x e $Y'_1 + 90° - \varphi$ en la de las Y y operando como anteriormente, tenemos:

$$\left.\begin{aligned} x'_1 &= 23° \\ Y'_1 + 90° - \varphi &= 23° \end{aligned}\right\} \text{ la tabla dá } 21°\ 04',0. \quad \text{Dif}^{\text{a}}.\ \text{tabular} = 10',0$$

$$\begin{aligned} \text{Corrección para } 10',0 \text{ y } 31',4 &= \quad -\ 5',2 \\ \hline &\quad 20°\ 59',6 \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} x'_1 &= 23° \\ Y'_1 + 90° - \varphi &= 24° \end{aligned}\right\} \text{ la tabla dá } 21°\ 59',3$$

$$\begin{aligned} \text{Corrección para } 10',5 \text{ y } 31',4 &= \quad -\ 5',5 \\ \hline &\quad 21°\ 53',8 \end{aligned}$$

Hagamos la interpolación horizontal:

$$\begin{aligned} &21°\ \ 53',8 \\ &20°\ \ 59',6 \\ \hline \text{Dif}^{\text{a}}. = &\ +\ 54',2 \end{aligned}$$

Para $54',2$ y $32',1$ la tabla de partes proporcionales dá una corrección de $+ 28',9$.

Entonces:

$$\begin{aligned} &20°\ \ 59',6 \\ &\quad\ +\ 28',9 \\ \hline x' = &+ 21°\ \ 28',5 = h \end{aligned}$$

La página del frente dá en la misma forma el valor del azimut.

Hagamos la interpolación vertical:

$$\left.\begin{aligned} x'_1 &= 23^\circ \\ Y'_1 + 90^\circ - \varphi &= 23 \end{aligned}\right\} \text{ la tabla dá } 24^\circ\ 45',4. \quad \text{Dif}^{\text{a}}.\ \text{tabular} = 63',3$$

Corrección para 63',3 y 31,4 = + 33',3

25° 18',7

$$\left.\begin{aligned} x'_1 &= 23^\circ \\ Y'_1 + 90^\circ - \varphi &= 24^\circ \end{aligned}\right\} \text{ la tabla dá } 24^\circ\ 55',3. \quad \text{Dif}^{\text{a}}.\ \text{tabular} = 63',7$$

Corrección para 63',7 y 31',4 = + 33',4

25° 28',7

Para la interpolación horizontal se tiene:

25° 28',7
25° 18',7

Difª. = + 10',0

La tabla de partes proporcionales para 10',0 y 32',1 dá + 5',3.
Finalmente tenemos:

25° 18',7
+ 5',3

$Y' = + 25^\circ\ 24',0$ o sea S. 25° 24'.0 W.

El azimut es Sur al Oeste, porque las tablas están construidas para contarlo desde esa dirección, y es al Oeste por tener signo positivo, es decir, el mismo de $x'_1 = x$.

A continuación damos aquella parte de las páginas 8 y 10, 9 y 11, conteniendo respectivamente los datos para obtener h y A.

PÁGINA 8.

x'

$\frac{Y}{x}$	18°		19°		20°		21°		22°		23°	
0°											23° 00',0	
⋮											⋮	
												9,2
22											21 14,4	
												9,6
23											21 4,8	
												10,0
24											20 54,8	
												10,4

PÁGINA 10.

x'

$\frac{Y}{x}$	24°		25°	26°	27°	28°	29°
0°	24° 00',0						
⋮	⋮ ⋮						
		9,7					
22	22 9,3						
		10,0					
23	21 59,3						
		10,5					
24	21 48,8						
		10,9					

PÁGINA 9.

Y'

$\frac{Y}{x}$	18°	19°	20°	21°	22	23°	
0°						00° 00'	
⋮						⋮ ⋮	
							63,7
22						23 41,9	
							63,5
23						24 45,4	
							63,3
24						25 48,7	
							63,2

PÁGINA 11.

Y'

$\frac{Y}{x}$	24°		25°	26°	27°	28	29
0°	00° 00',0						
⋮	⋮ ⋮						
		64,0					
22	23 51,5						
		63,8					
23	24 55,3						
		63,7					
24	25 59,0						
		63,5					

Nota.—Por una coincidencia volvió a ocurrir el caso anterior, ésto es, de tener que operar en dos páginas para determinar cada uno de los valores de h y A.

Resumiendo los datos de entrada a las tablas y reuniendo los deducidos de las mismas, como lo hace su autor en los ejemplos de cálculo que dá en la introducción de ellas, tendremos:

Mayo 11 de 1919.

$\varphi = -46^\circ\ 25',0$

Achernar.

$$\delta = -\ 57^\circ\ 38',6 = x_1 \quad x'_1 = +\ 23^\circ\ 31',4 = x \quad x' = +\ 21^\circ\ 28',5 = h$$

$$H = +\ 131^\circ\ 46',3 = Y_1 \quad Y'_1 = -\ 112^\circ\ 52',9$$

$$90^\circ - \varphi = +\ 136^\circ\ 25',0$$

$$Y'_1 - 90^\circ - \phi = +\ 23^\circ\ 32',1 = Y \quad Y' = +\ 25^\circ\ 24',0 = A$$

Comprobemos estos resultados obtenidos por medio del cálculo logarítmico.

$$\text{sen}\ h = \text{sen}\ \varphi\ \text{sen}\ \delta + \cos\varphi\ \cos\delta\ \cos H$$

$\phi = -\ 46^\circ\ 25'\ 00''$	*log sen* $= \bar{1},859962$	*log cos* $= \bar{1},838477$
$\delta = -\ 57^\circ\ 38'\ 37''$	*log cos* $= \bar{1},926720$	*log cos* $= \bar{1},728504$
$H = \quad 8^h\ 47^m\ 05^s$	*log a* $= \bar{1},786682$	*log cos* $= \bar{1},823574$
	$a = +\ 0,61190$	$b = \bar{1},390555$
	$b = -\ 0,24576$	$b = -\ 0,24576$
	sen h $= \quad 0,36614$	
	$h = \quad 21^\circ\ 28'\ 39,''6$	

$$\text{Cotanj}\ A = \frac{\text{tanj}\ \delta\ \cos\varphi}{\text{sen}\ H} - \text{sen}\ \varphi\ \text{cotanj}\ H$$

$\varphi = -\ 46^\circ\ 25'\ 00''$	*log cos* $= \bar{1},838477$	*log sen* $= \bar{1},859962$
$\delta = -\ 57^\circ\ 38'\ 37''$	*log tanj* $= 0,198498$	
$H = +\ \ 8^h\ 47^m\ 05^s$	*colog sen* $= 0,127369$	*log cotanj* $= \bar{1},950943$
	log a $= 0,164346$	*log b* $= \bar{1},810905\ n$
	$a = +\ 1,45998$	$b = -\ 0,64700$
	$b = +\ 0,64700$	
	Cotanj A $= +\ 2,10698$	
	$A = \quad 25^\circ\ 24'\ 30'',4$	

Ejemplo II.—

Mayo 22 de 1919.

$\varphi = -43^\circ\, 41'$

Vénus.

$$\delta = +25^\circ\, 15',3 = x_1 \quad x'_1 = +\ 33^\circ 53',0 = x \quad x' = +\ 12^\circ 43',7 = h$$
$$H = +38^\circ\, 03',2 = Y_1 \quad Y'_1 = +\ 30^\circ 55',6$$
$$90^\circ - \varphi = +\ 133^\circ 41',0$$
$$Y'_1 + 90^\circ - \varphi = +\ 164^\circ 36',6 = Y \quad Y' = +\ 145^\circ 08',3 = A$$

o bien $A =$ S 145°,1 W.

Ejemplo III.—

Mayo 13 de 1902.

$\varphi = +\ 40^\circ\ 20'.2$

Altair.

$$\delta = +\ \ 8^\circ\, 34',7 = x_1 \quad x'_1 = -31^\circ\, 32',8 = x \quad x' = +\,47^\circ\, 23',9 = h$$
$$H = -31^\circ\, 57',1 = Y_1 \quad Y'_1 = +\,10^\circ\, 04',8$$
$$90^\circ - \varphi = +\,49^\circ\, 39',8$$
$$Y'_1 + 90^\circ - \varphi = +\,59^\circ\, 44',6 = Y \quad Y' = -\,50^\circ\, 37',2 = A$$

o bien $A =$ S 50°,6 E.

Ejemplo IV.—

Octubre 3/905.

$\phi = +\ 39^\circ\ 49',0$

Sol.

$$\delta = -\ \ 3^\circ\, 55',0 = x_1 \quad x'_1 = +\ 55^\circ\, 17',5 = x \quad x' = +\ 22^\circ\, 59'.2 = h$$
$$H = +\ 55^\circ\, 29',3 = Y_1 \quad Y'_1 = -\ \ 6^\circ\, 53',1$$
$$90^\circ - \varphi = +\ 50^\circ\, 11',0$$
$$Y'_1 + 90^\circ - \varphi = +\ 43^\circ\, 17',9 = Y \quad Y' = +\ 63^\circ\, 14',9 = A$$

o bien $A =$ S. 63°,2 W.

*
* *

Igualmente, y como las tablas lo dicen, la forma simétrica de las ecuaciones que definen los conjugados x' e Y' de los ángulos x e Y, demuestra que x e Y son también conjugados de x' e Y', por lo que las mismas tablas permiten calcular la declinación y ángulo al polo de un astro cuando se le conoce su azimut y altura, o sea el caso de tratarse de su identificación.

Simplemente se pondrá:

$$h = \delta = x_1$$
$$A = H = Y_1$$

refiriendo previamente el azimut al polo elevado del observador y dando a la altura siempre el signo positivo.

Se operará en el campo de la tabla lo mismo que se ha explicado anteriormente, deduciéndose los valores conjugados de x'_1 e Y'_1.

En seguida se pone:

$$x = x'_1$$
$$Y = Y'_1 - (90^\circ - \varphi)$$

Con estos valores se entra nuevamente a las tablas y se obtienen los conjugados

$$x' = \delta$$
$$Y' = H$$

conservando siempre la regla de los signos dada anteriormente para el cálculo de la altura y azimut.

Ejemplo V.—

Mayo 22 de 1919.

En latitud $\varphi = -43^\circ\ 41',0$ y a la $Hs\ L = 9^h\ 36^m$ se demarcó con el compás una estrella brillante al N. 73° E. verdadero (S. 107° E.), siendo la altura $h = 31^\circ\ 50',9$.

$$h = +\ 31^\circ\ 50',9 = x_1 \quad x'_1 = -\ 54^\circ\ 19',1 = x \quad x' = -\ 10^\circ\ 39',1 = \delta$$
$$A = -\ 107^\circ\ 00',0 = Y_1 \quad Y'_1 = +\ 115^\circ\ 12',4$$
$$90^\circ - \varphi = +\ 113^\circ\ 41',0$$
$$Y'_1 - (90^\circ - \varphi) = -\ 18^\circ\ 28',6 = Y \quad Y' = -\ 55^\circ\ 44',4 = H$$
$$\text{o bien } H = 3^h\ 43^m$$

El astro está al E. por ser negativo el ángulo al polo H, de modo que el horario será el suplemento de 24 horas.

$$H = 3^h\ 43^m$$
$$AH = 20^h\ 17^m$$
$$H_s\ L = 9^h\ 36^m$$
$$AR_* = 13^h\ 19^m$$
$$\delta = -\ 10^\circ\ 39',1$$

El astro observado es Spica (α Virgen) cuyas coordenadas son

$$AR_{*} = 13^h\ 21^m$$
$$\delta = -\ 10^\circ\ 44',6$$

Ejemplo VI.—

Mayo 22 de 1919.

En latitud $\varphi = -\ 43^\circ\ 41'$ y a la $H_s\ L = 9^h\ 37^m$ se demarcó con el compás una estrella brillante al N. 37° W. verdadero (S. 143° W.) siendo la altura $h = 15^\circ\ 09',0$.

$$h = +\ 15^\circ\ 09',0 = x_1 \quad x'_1 = +\ 35^\circ\ 30',8 = x \quad x' = +\ 22^\circ\ 08',9 = \delta$$
$$A = +\ 143^\circ\ 00',0 = Y_1 \quad Y'_1 = +\ 161^\circ\ 16',6$$
$$90^\circ - \varphi = +\ 133^\circ\ 41',0$$
$$Y'_1 - (90 - \varphi = +\ 27^\circ\ 35',6 = Y \quad Y' = +\ 38^\circ\ 50',8 = H$$
$$\text{o sea } H = 2^h\ 35^m,4$$

El astro está al oeste por ser positivo el ángulo al polo, de modo que éste es igual al ángulo horario.

$$AH = 2^h\ 35^m,4$$
$$Hs\ L = 9^h\ 37^m,0$$
$$AR * = 7^h\ 01^m,6$$
$$\delta = +\ 22^\circ\ 08',9$$

El astro observado es Júpiter cuyas coordenadas ecuatoriales son

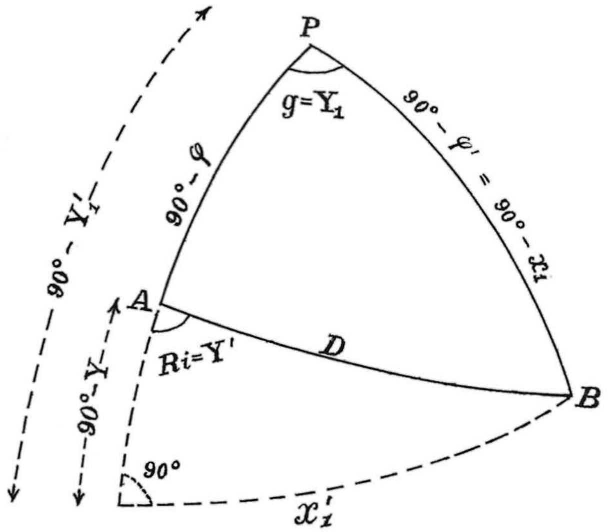
$$AR * = -\ 7^h\ 03^m,6$$
$$\delta = +\ 22^\circ\ 53',5$$

* * *

De la misma manera, las tablas permiten calcular el rumbo inicial y distancia ortodrómica entre dos puntos del globo terrestre. El problema es el mismo del de la altura y azimut y sólo basta poner:

$x_1 = \varphi' =$ latitud de llegada $Y_1 = g$ diferencia en longitud entre los dos puntos considerados, con signo $\{\pm\}$ cuando el punto de llegada está al $\left\{\begin{matrix} W \\ E \end{matrix}\right\}$ del de salida.

Entrando a las tablas con estos datos se deducirá el valor de los conjugados x'_1 e Y'_1.



En seguida se pone:

$$x = x'_1$$
$$Y = Y'_1 + 90^\circ - \varphi$$

Con estos valores se entra nuevamente a las tablas y se obtienen los conjugados

$$x' = 90^\circ - D$$
$$Y' = Ri$$

Ejemplo VIII.—Consideremos los puntos en el mismo hemisferio.

Punto de salida $\begin{cases} \varphi = -\ 33^\circ\ 02' \\ G = \ \ \ 73^\circ\ 59'\ \text{W}. \end{cases}$

Punto de llegada $\begin{cases} \phi' = -\ 43^\circ\ 50' \\ G' = \ \ 170^\circ\ 37'\ \text{E}. \end{cases}$

Tenemos que el punto de llegada tiene una $g = 115^\circ\ 24'$ más al oeste que el de salida.

$\varphi' = -43^\circ 50' = x_1 \quad x'_1 = +\ 40^\circ 39',6 = x \quad x' = +\ 6^\circ 48',2 = 90^\circ - D$
$g = +\ 115^\circ 24' = y_1 \quad Y'_1 = -\ 114^\circ 04',3$
$90^\circ - \varphi = +\ 123^\circ 02',0$

$Y'_1 + 90^\circ - \varphi = \pm\ 8^\circ 57',7 = Y \quad Y' = +\ 41^\circ 00',5 = Ri$
o bien $Ri =$ S. 41° W.
Distancia $= 83^\circ 11',8 = 4991',8$

Comparemos estos resultados con el obtenido por el procedimiento analítico.

$$\text{Cotanj } Ri = \frac{\text{tanj } \varphi' \cos \phi}{\text{sen } g} - \text{sen } \varphi \text{ cotanj } g$$

$\varphi' = -\ 43^\circ 50'$	log tanj $= \bar{1},982309$		
$\varphi = -\ 33^\circ 02'$	log cos $= \bar{1},923427$	log sen $= \bar{1},736498$	
$g = +\ 115^\circ 24'$	colog sen $= 0,044151$	log cotanj $= \bar{1},676543$	
	log $a = \bar{1},949887$	log $b = \bar{1},413041n$	
	$a = +\ 0,89102$	$b = -\ 0,25885$	
	$b = +\ 0,25885$		
	Cotanj $Ri = +\ 1,14987$		
	$Ri = 41^\circ\ 01'\ 17''$		

$$\text{sen } D = \frac{\cos \varphi' \text{ sen } g}{\text{sen } Ri}$$

$\varphi' = -\ 43^\circ\ 50'$	log cos	$= \bar{1},858151$
$g = +\ 115^\circ\ 24'$	log sen	$= \bar{1},955849$
$Ri = +\ 41^\circ\ 01',3$	colog sen	$= 0,182906$
	log sen D	$= \bar{1},996906$
	D	$= 83^\circ 10',2 = 4990',2$

Ejemplo IX.—Puntos en diferente hemisferio.

Punto de salida $\left\{ \begin{array}{l} \phi = -\ 52^\circ\ 19' \\ G = 68^\circ\ 22'\ W. \end{array} \right.$

Punto de llegada $\left\{ \begin{array}{l} \varphi' = +\ 28^\circ\ 28' \\ G' = 16^\circ\ 15'\ W. \end{array} \right.$

El punto de llegada tiene una $g = 52^\circ\ 07'$ más al E que el de salida.

$$\varphi' = +\ 28^\circ 28' = x_1\ x'_1 = -\ \ 43^\circ\ 56',1 = x\ x' = 2^\circ\ 42',3 = 90^\circ - D.$$
$$g = -\ 52^\circ\ 07' = Y_1\ Y'_1 = +\ \ 41^\circ\ 26',5$$
$$90^\circ - \varphi = +\ 142^\circ\ 19',0$$
$$Y'_1 + 90^\circ - \varphi = +\ 183^\circ\ 45',5 = Y$$
$$Y'_1 + 90^\circ - \varphi = +\ 176^\circ\ 14',5 = Y\ Y' = -\ 136^\circ\ 00',1 = Ri$$
o sea $Ri =$ S 136° E.

$Ri =$ N 44° E.

Distancia $= 87^\circ\ 17',7 = 5337',7$.

Héctor Díaz,
Cap. de Corbeta.

(Continuará).