ALTURA DE CERROS CON TEODOLITO.

Para determinar la altura de un cerro u objeto lejano con el teodolito, pueden presentarse dos casos, a saber:

Caso I.—Cuando el ángulo observado es de elevación.

Caso II.—Cuando el ángulo observado es de depresión.

Dentro de cada uno de éstos, puede todavía necesitarse:

a) La altura del objeto lejano, conociendo la del observador.

b) La altura del observador, conociendo la del objeto lejano.

Caso I.—Sea O (Fig. 1) la posición de un observador (anteojo de un teodolito) elevado $OA = i$ sobre el cerro A, cuya altura $AG = M$ se conoce *(a)*, B la cúspide de un monte lejano, cuya altura $BF = N$ desea determinarse. El objeto B elevado por la refracción se verá en

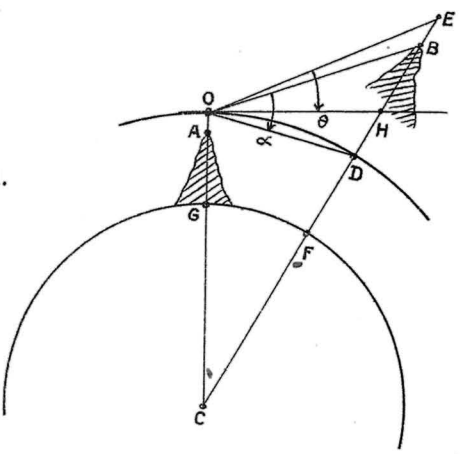


Fig. 1.

E, y, por lo tanto, dirigido el anteojo a él, la visual seguirá la dirección OE, y el círculo vertical del teodolito instalado en A y nivelado cuidadosamente dará el valor del ángulo $EOH = \Theta$, que forma con la horizontal OH que pasa por el punto O.

Para determinar con estos datos (el ángulo de elevación Θ y la altura OG del observador igual a M más i) la altura N del cerro B, se puede deducir BH del triángulo OBH que se considera rectángulo en H, y agregarle enseguida la cantidad HD que representa la diferencia debida a la curvatura de la tierra, a lo que se sumará aun $DF = OG$; o bien, se puede deducir BD del triángulo OBD considerado rectángulo en D, agregándole DF. Veremos este segundo método por ser el adoptado por la Oficina de Hidrografía y Navegación para la determinación de alturas.

En el primer método el error que se comete al considerar rectángulo el ángulo en H es insignificante, desde que, para una distancia de 60 millas, esto es, para un ángulo en C de un grado, es de sólo 61 centímetros en una altura de 1829 metros. En el triángulo OBD el error será aun menor, desde que el ángulo en D se aproxima más a los 90 grados.

Para resolver el triángulo OBD será necesario agregar el ángulo BOH igual al observado disminuido de la refracción, el ángulo $HOD = u$ o ángulo de curvatura, cuyo valor es igual a la mitad del ángulo en C (el ángulo formado por una cuerda (OD) y la tangente (OH) tiene por medida la mitad del arco comprendido (OED), y el ángulo en C a su vez tiene por medida el arco entero OED comprendido entre sus radios).

Llamando α al ángulo BOD, tendremos según lo que antecede, que

$$\alpha = \theta - r + u$$

en cuya expresión falta conocer el valor de la refracción r. Esta varía en razón de la diferente densidad de las capas de aire de la atmósfera y varía asimismo con la distancia. Su valor medio es prácticamente igual a la duodécima parte de ésta, expresada en minutos de arco.

Para una distancia de 12 millas, se tendría:

$$\alpha = \theta - \frac{12}{12} + \frac{12}{2} = \theta - 1 + 6 = \theta + 5'$$

y para una de 60 millas:

$$\alpha = \theta - \frac{60}{12} + \frac{60}{2} = \theta - 5 + 30 = \theta + 25'$$

pero

$$u - r = 5' = 300'' = \frac{12 \times 100}{4}$$

y

$$u - r = 25' = 1500'' = \frac{60 \times 100}{4}$$

luego, para encontrar la corrección $(u - r)$ que es necesario aplicar al ángulo observado θ para tener el valor de a, *se multiplicará por 100 la distancia expresada en millas y se dividirá el producto por 4. El cuociente estará expresado en segundos de arco.* Esta corrección será siempre *positiva* para el caso que se considera en que el ángulo observado θ es de elevación, por cuanto u es siempre 6 veces mayor que r. En efecto:

$$u = \frac{1}{2} GCF \qquad \text{y} \qquad r = \frac{1}{12} GCF$$

de donde

$$GCF = 2u = 12r$$

o

$$u = 6r$$

y entonces

$$a = \theta + \frac{100 \times D}{4}$$

Del triángulo BOD se deduce:

$$\text{tg } BOD = \text{tg } a = \frac{BD}{OD}$$

$$\therefore BD = OD \text{ tg } a$$

Debido a la gran longitud del radio terrestre comparado con la altura de la corteza de la tierra, la distancia curvilínea GF puede considerarse, sin error sensible, rectilínea e igual a OD; por tanto:

$$BD = D \text{ tg } a$$

Si D está expresado en millas, habrá que multiplicar por 1852 para obtener el valor de BD en metros.

De consiguiente, conociendo OG se tendrá:

$$BF = BD + DF$$

$$N = 1852\ D\ \text{tg}\ \alpha + M + i \qquad (1)$$

y si se desea conocer M,

$$M = N - (1852\ D\ \text{tg}\ \alpha + i) \qquad (2)$$

Caso II.—Sea O (Fig. 2) la posición del observador elevado $OA = i$ sobre la montaña A cuya altura $AG = M$ se conoce, B la cúspide de un cerro cuya altura $BF = N$ desea determinarse y OH la horizontal que pasa por O.

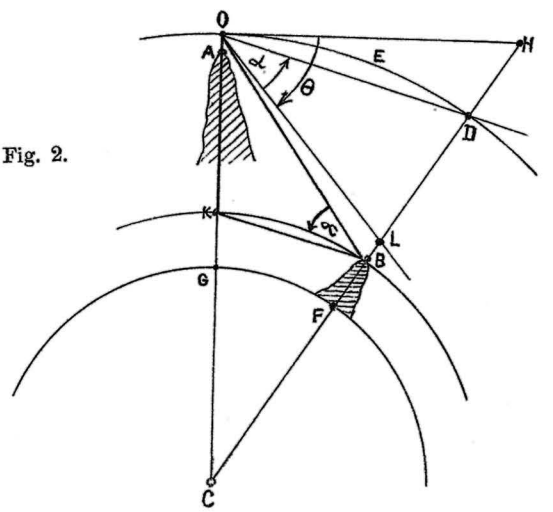


Fig. 2.

Por efecto de la refracción, el objeto B se verá en L y el teodolito dará entonces el valor del ángulo $HOL = \theta$. Para deducir con este dato y la altura M, la elevación N, determinaremos el valor de OK, que restado de $OG = M + i$ nos dará $KG = BF = N$. La longitud OK se obtiene del triángulo OKB considerado rectángulo en K, en el cual es preciso conocer el valor del ángulo OBK.

Llamando a a este ángulo, se tiene:

$$a = BOD = BOH - DOH$$
$$= BOL + LOH - DOH$$

en donde BOL es la refracción r, LOH el ángulo observado θ y DOH el ángulo de curvatura que hemos llamado u, es decir:

$$a = r + \theta - u = \theta - (u - r)$$

Como en el caso anterior, la expresión $(u - r)$ es igual a $\frac{100\,D}{4}$

luego:

$$a = \theta - \frac{100 \times D}{4}$$

lo que indica que para obtener el ángulo a que se necesita para resolver el triángulo OKB, habrá que *restar* al ángulo de depresión observado con el teodolito, la cuarta parte del producto de 100 por la distancia en millas, valor que resulta expresado en segundos de arco.

Del triangulo OKB se deduce:

$$\text{tg } a = \frac{OK}{KB} \quad \therefore \quad OK = KB \text{ tg } a$$
$$OK = D \text{ tg } a \text{ (en millas)}$$
$$\text{o bien} \quad OK = 1852\ D \text{ tg } a \text{ (en metros).}$$

Por lo tanto, conociendo OG, se tendrá:

$$BF = OG - OK$$
$$N = M + i - 1852\ D \text{ tg } a \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

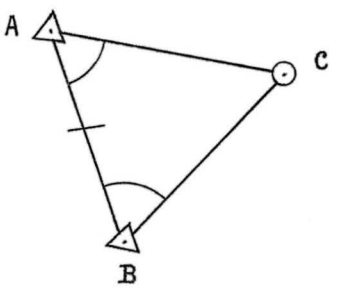
y si se desea conocer M,

$$M = N + 1852\ D \text{ tg } a - i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Las relaciones 1, 2, 3 y 4, se aplican, si bien se observa, cuando se conoce la distancia D por medio de la triangulación, en que los puntos visados para determinar su altura, constituyen los vértices de ella.

Pero puede ocurrir que se quiera conocer la altura de un cerro cuya cúspide no pertenezca a la triangulación. En este caso será preciso calcular su distancia al lugar de observación por medio de un segundo vértice auxiliar, que puede ser otro cualquiera de la triangulación, que forme un triángulo favorable y en el que se conozca uno de sus lados.

Así, por ejemplo, si se desconoce la distancia AC y se desea determinar la altura de C, se medirán los ángulos en A y en B del triángulo ABC en el cual se ha elegido el vértice auxiliar B y cuyo lado AB es conocido.



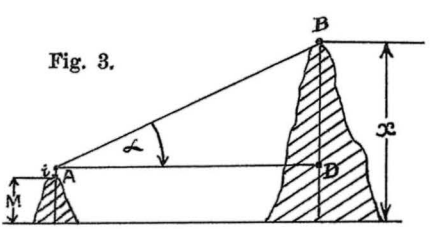
La distancia AC estará dada por la relación:

$$\frac{\text{sen } B}{AC} = \frac{\text{sen } C}{AB} \quad \text{de donde} \quad AC = \frac{AB \text{ sen } B}{\text{sen } (A + B)}$$

Ejemplo 1.—Desde el vértice A, cuya altura es de 100 metros, se observó con teodolito el vértice B distante 10 millas. El ángulo de elevación fué de 1° 17′ 22″ y la altura del instrumento 1^{m},5. Calcular la altura de B.

Se tiene (Fig. 3).

Fig. 3.



$$x = BD + M + i$$

$$x = 1852\ D\ \text{tg}\left(\Theta + \frac{100\ D}{4}\right) + M + i$$

$$\frac{100\ D}{4} = \frac{100 \times 10}{4} = \frac{1000}{4} = 250'' = 4'\ 10''$$

$$\Theta = 1^\circ\ 17'\ 22''$$

$$\frac{100\ D}{4} = +\ 4\ 10$$

$$\alpha = 1\ 21\ 32$$

$$\log 1852 = 3{,}267\ 641$$

$$\log D = 1{,}000\ 000$$

$$\log \text{tg} = 2{,}375\ 143$$

$$\log BD = 2{,}642\ 784$$

$$BD = 439{,}3$$

$$M = 100{,}0$$

$$i = 1{,}5$$

$$x = 540{,}8 \text{ metros.}$$

Ejemplo 2.—Desde un vértice *C* de una triangulación se observó con teodolito el vértice *B* distante 5′ y elevado 540,8 metros sobre el nivel del mar. El ángulo de elevación medido fué de 0° 54′ 30″ y la altura instrumental 1^m,5. Calcular la altura del vértice *C*.

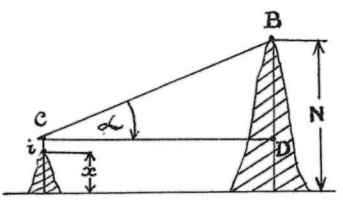


Fig. 4.

Se tiene (Fig. 4).

$$x = N - (BD + i)$$

$$x = N - \left[1852\ D\ \text{tg}\left(\theta + \frac{100\ D}{4}\right) + i\right.$$

$$\frac{100\ D}{4} = \frac{500}{4} = 125'' = 2'\ 05''$$

$$\theta = 0^\circ\ 56'\ 30''$$

$$\frac{100\ D}{4} = +\ 2\ 05$$

$$\alpha = 0\ \ 58\ \ 35$$

$$log\ 1852 = 3{,}267\ 641$$

$$\log D = 0{,}698\ 970$$

$$\log \text{tg}\ \alpha = \bar{2}{,}231\ 542$$

$$\log BD = 2{,}198\ 153$$

$$BD = 157{,}8$$

$$i = 1{,}5$$

$$BD + i = 159{,}3$$

$$N = 540{,}8$$

$$x = 381{,}5 \text{ metros.}$$

Ejemplo 3.—Desde un cerro D, elevado 455 metros, se observó con teodolito otro cerro E distante 4,16 millas. El ángulo de depresión medido fué de 1° 41′ 15″ y la altura del instrumento 1,^{m}5. Calcular la altura de E.

Se tiene (Fig. 5):

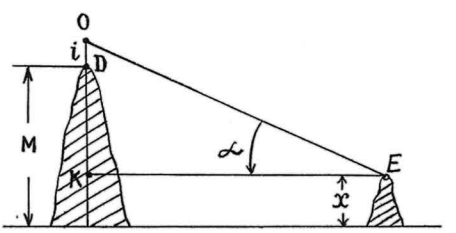


Fig. 5.

$$x = M + i - OK \qquad \left(\theta - \frac{100D}{4}\right)$$

$$x = M + i - 1852\ D\ \text{tg}$$

$$\frac{100D}{4} = \frac{416}{4} = 104'' = 1'\ 44''$$

$$\theta = 1^\circ\ 41'\ \ 15''$$

$$\frac{100D}{4} = -\ \ 1\ \ 44$$

$$\alpha = 1\ \ 39\ \ 31$$

$$\log 1852 = 3{,}267\ 641$$
$$\log D = 0{,}619\ 093$$
$$\log \operatorname{tg} a = \overline{2}{,}461\ 743$$
$$\log OK = 2{,}348\ 477$$
$$OK = 223{,}1$$

$$M = 455{,}0$$
$$i = 1{,}5$$
$$M + i = 456{,}5$$
$$OK = 223{,}1$$
$$x = 233{,}4 \text{ metros}$$

Ejemplo 4.—Desde un cerro F se observó el cerro E elevado 233,4 metros sobre el nivel del mar y distante 6,28 millas. El ángulo de depresión medido fué de 1° 01' 30" y la altura del instrumento 2 metros. Calcular la altura del observador en F.

Se tiene (Fig. 6).

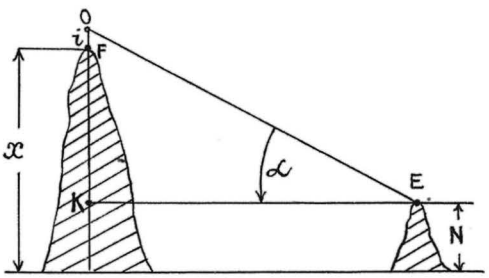


Fig. 6.

$$x = N + OK - i$$
$$x = N + 1852\ D \operatorname{tg}\left(\Theta - \frac{100D}{4}\right) - i$$

$$\frac{100\ D}{4} = \frac{628}{4} = 157'' = 2'\ 37''$$

$$\Theta = 1°\ 01'\ 30''$$
$$\frac{100D}{4} = \quad 2\ \ 37$$
$$a = 0\ \ 58\ \ 53$$

$$\log 1852 = 3{,}267\ 641$$
$$\log D = 0{,}797\ 960$$
$$\log \operatorname{tg} a = \overline{2}{,}233\ 761$$
$$\log OK = 2{,}299\ 362$$
$$OK = 199{,}2$$
$$N = 233{,}4$$
$$OK + N = 432{,}6$$
$$i = 2{,}0$$
$$x = 430{,}6 \text{ metros.}$$

El libro registro para la determinación de alturas de la Oficina de Hidrografía y Navegación contiene en la página de la izquierda 14 casillas, a saber:

Casilla 1.—Número de orden de las observaciones.

Casilla 2.—Lugar de la observación, o sea el nombre de la estación ocupada.

Casilla 3.—Objeto observado.

Casilla 4.—Angulo de elevación. Es el ángulo medido con el teodolito y que hemos llamado Θ (ejemplos 1 y 2).

Casilla 5.—Angulo de depresión. Es el ángulo Θ de los ejemplos 3 y 4.

Casilla 6.—$-\frac{100D}{4}$ o sea la corrección total por refracción y curvatura. Es positiva cuando el ángulo es de elevación, y negativa cuando es de depresión.

Casilla 7.—Angulo corregido. Es igual a la suma de las casillas 5 y 6, valor que corresponde al ángulo α.

Casilla 8.—Distancia en millas entre los dos objetos.

Casilla 9.—Diferencia de altura. En esta casilla se escribe el valor de la expresión $(1852\ D\ \text{tg}\ \alpha)$ cuyo cálculo se desarrolla en la página del frente.

Casilla 10.—Altura del objeto observado. Se llena sólo cuando este dato es conocido. (Caso de los ejemplos 2 y 4).

Casilla 11.—Altura del instrumento. Es la altura del anteojo sobre el terreno.

Casilla 12.—Altura corregida del lugar de observación. Se coloca en ella el dato cuando se le conoce (ejemplos 1 y 3). En caso contrario, si el ángulo es de elevación, su valor se obtiene restando de la casilla 10 la suma de las casillas 9 y 11 (ejemplo 2) y si el ángulo es de depresión, restando la casilla 11 de la suma de las casillas 9 y 10 (ejemplo 4).

Casilla 13.—Altura corregida del objeto observado. Cuando el ángulo es de elevación se obtiene sumando las casillas 9, 11 y 12 (ejemplo 1) y cuando es de depresión, restando la casilla 9 de la suma de las casillas 11 y 12 (ejemplo 3).

Casilla 14.—Altura media. Es el valor medio de una misma altura deducida por más de una observación.

Hace falta una casilla con el objeto de dibujar el croquis o gráfico del problema, lo que facilitaría su resolución, evitando que se sume lo que debe restarse y viceversa.

En la página de la derecha va la disposición del cálculo para determinar el valor de la diferencia de altura de la casilla 9; log constante significa logaritmo de 1852.

Para registrar los ejemplos 1, 2, 3 y 4, las casillas se llenarían como sigue:

(PÁGINA DE LA IZQUIERDA).

N.º	Lugar de observación.	Objeto observado.	Θ Ángulo de elevación.	Θ Ángulo de depresión.	Correc $\frac{100\ D}{4''}$	a Ángulo corregido.	D Distancia.	$1852\ D \operatorname{tg} a$ Diferencia de altura	N Altura de Objeto observado.	i Altura de Instrumento	M Altura corregida. Lugar de observac.	N Altura corregida. Objeto observado.	Altura media.
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
								metros		metros	metros	metros	metros
1	$\triangle A$	$\triangle B$	1° 17′ 22″	.....	+ 4′ 10″	1° 21′ 32″	10	439,3	.....	1,5	100,0	540,8	
2	$\triangle C$	$\triangle B$	0 56 30	.....	+ 2 05	0 58 35	5	157,8	540,8	1,5	381,5	.....	
3	Cerro D	Cerro E	.....	1° 41′ 15″	— 1 44	1 39 31	4,16	223,1	....	1,5	455,0	233,4	
4	Cerro F	Cerro E	.....	1 01 30	— 2 37	0 58 53	6,28	199,2	233,4	2,0	430,6	.....	

(PÁGINA DE LA DERECHA).

1		2		3		4	
log Constante	= 3,267 641	log Constante	= 3,267 641	log Constante	= 3,267 641	log Constante	= 3,267 641
log Tangente a	= $\overline{2}$,375 143	log Tangente a	= $\overline{2}$,231 542	log Tangente a	= $\overline{2}$,461 743	log Tangente a	= $\overline{2}$,233 761
log Distancia	= 1,000 000	log Distancia	= 0,698 970	log Distancia	= 0,619 093	log Distancia	= 0,797 960
log Dif. de alt.	= 2,642 784	log Dif. de alt.	= 2,198 153	log Dif. de alt.	= 2,348 477	log Dif. de alt.	= 2,299 362
Dif. de alt.	= 439,3	Dif. de alt.	= 157,8	Dif. de alt.	= 223,1	Dif. de alt.	= 199,2

ALTURA DE CERROS CON SEXTANTE.

Se pueden presentar dos casos, a saber:

1.º Cuando el objeto observado es más alto que el observador (elevación), y

2.º Cuando el objeto observado es más bajo (depresión).

Primer caso.—Sea A (Fig. 7) el observador situado a bordo de un buque y cuya elevación es $AB = e$ sobre el nivel del mar, AH el plano horizontal que pasa por él, AF la tangente al horizonte visible, K la cúspide de un cerro cuya altura $KD = x$ desea determinarse; $LAK = r$ será la refracción atmosférica considerando que la

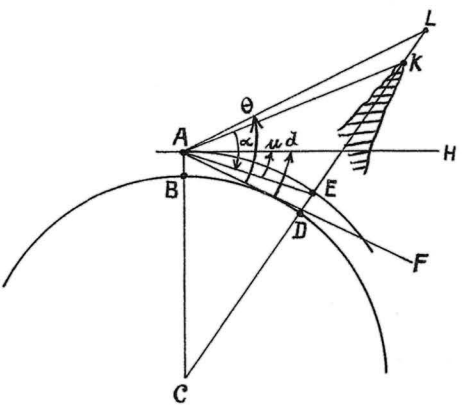


Fig. 7.

visual refractada siga la dirección AL, $HAE = u$ el ángulo de curvatura, $HAF = d$ la depresión del horizonte y $LAF = \Theta$ el ángulo entre éste y la visual al cerro, observado con el sextante y corregido del error de índice. Tendremos:

$x = KE + ED$ en que ED es igual a AB, o elevación del ojo, de modo que falta determinar KE.

En el triángulo AKE, que podemos considerar rectángulo en E, se tiene:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{EK}{AE} \quad \text{de donde} \quad EK = AE \text{ tg } \alpha$$

y como $AE = D$ es la distancia, $EK = D \text{ tg } \alpha$

Pero

$$\begin{aligned} a &= LAF - LAK - EAF \\ &= \theta - r - (HAF - HAE) \\ &= \theta - r - (d - u) \\ &= \theta - d + (u - r) \end{aligned}$$

y reemplazando el valor de $u - r$.

$$a = \theta - d + \frac{100\,D}{4}$$

lo que indica que, cuando el ángulo de elevación es observado con el sextante, deberá corregirse, además del error instrumental, refracción y curvatura, el valor de la depresión del horizonte obtenido de la tabla XII de Friocourt.

Substituyendo este valor en EK se tendrá

$$EK = D \operatorname{tg} \left(\theta - d + \frac{100\,D}{4} \right) \text{ en millas}$$

o

$$EK = 1852\,D \operatorname{tg} \left(\theta - d + \frac{100\,D}{4} \right) \text{ en metros}$$

y la altura x del cerro será entonces:

$$x = 1852\,D \operatorname{tg} \left(\theta - d + \frac{100\,D}{4} \right) + e$$

Ejemplo 5.—Durante un sondaje se midió con sextante la altura angular $Ai = 1° 02' 30''$ del cerro Negro, distante 14,3 millas, desde una elevación de 5,5 metros, siendo $+ 10''$ el error instrumental. Se pide la altura del cerro.

Se tiene (Fig. 8).

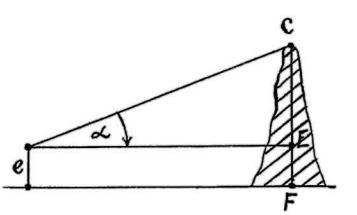


Fig. 8.

triángulo OEB que podemos considerar rectángulo en B y determinar la longitud de OB que nos dará fácilmente la altura desconocida AB disminuyendo la elevación e del observador.

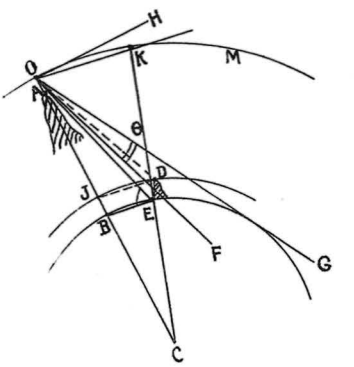


Fig. 9.

En efecto, se tiene:

$$KOE = EOF + FOG + GOK = r + \Theta + GOK.$$

pero: $GOK = GOH - KOH = d - u.$

luego: $KOE = r + \Theta + d - u.$

o $\alpha = \Theta + d - (u - r).$

o finalmente:

$$\alpha = \Theta + d - \frac{100\,D}{4}$$

lo cual indica que una vez obtenido el ángulo Θ corregido del error de índice del sextante, habrá que sumarle la depresión del horizonte y restarle la corrección $\frac{100\,D}{4}$ de refracción y curvatura, para obtener el valor de α.

El triángulo OBE da

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{OB}{BE} \qquad \text{de donde} \quad OB = BE\ \text{tg}\,\alpha$$

llamando D a la distancia $OB = D\ \text{tg}\,\alpha$ en millas.

o $OB = 1852\ D\ \text{tg}\,\alpha$ en metros.

Por consiguiente,

$$x = OB - OA$$
$$= 1852\, D \operatorname{tg} a - e$$

y si denominamos Ai la altura angular instrumental y Ei el error de índice, tendremos, para concluir, que

$$x = 1852\, D \operatorname{tg} \left\{ Ai + Ei + d - \frac{100\, D}{4} \right\} - e$$

Si la base del cerro D no se define bien para dirigir la visual, se puede también medir el ángulo formado entre el horizonte y la cúspide del cerro D, pero en este caso sería necesario conocer la altura de éste, desde que el triángulo ODJ dará el valor del lado OJ.

En la expresión general que antecede, es desconocido el valor de la depresión d cuando e es mayor que 35 metros, argumento límite de la tabla XII de Friocourt. En este caso se le calculará por medio de la expresión:

$$d = \frac{1 - k}{\text{sen } 1''} \sqrt{\frac{2\, e}{R}}$$

en que k es el coeficiente de refracción atmosférica, cuyo valor medio es 0,08, e la elevación del ojo y R el radio de la tierra correspondiente a una latitud determinada y deducido a su vez de la relación:

$$R = a\,(1 - S \operatorname{sen}^2 L)$$

donde a es el achatamiento de la tierra,

S el valor del semi-eje ecuatorial y

L la latitud.

Haciendo a $L = 35°$ y reemplazando a S y a por 6 378 393 metros y $\frac{1}{292}$ respectivamente, se tendrá:

$$R = 6\ 370\ 300 \text{ metros}$$

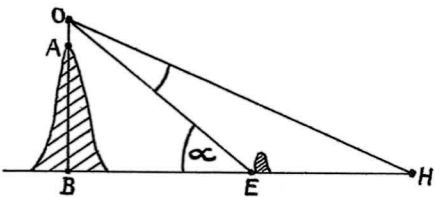
de lo que resulta

$$d = \frac{0{,}92}{\text{sen } 1''} \sqrt{\frac{2\, e}{6\ 370\ 300}}$$

Ahora bien, siendo que el valor de e se desconoce en el caso que se considera, se deducirá la depresión para la elevación *estimada* del observador, lo que dará un valor aproximado para d y otro igual-

mente aproximado para OB. Tomando enseguida $e = OB$ se encontrará un segundo valor para OB, mas exacto que el anterior, y así sucesivamente, hasta que no haya diferencia entre el último estimado y el resultante.

Ejemplo 6.—Desde un cerro A un observador en O elevado 1 metro sobre el cerro, midió con sextante el ángulo $Ai = 0° 30' 20''$.



comprendido entre el horizonte visible H y la base E de un islote, distante 4 millas. Siendo el $Ei = -10''$ se pide la altura $AB = x$ del cerro A que se estima en 110 metros.

Se tiene:

$$x = 1852\ D\ \text{tg}\left(Ai + Ei + d - \frac{100\,D}{4}\right) - e$$

$$\frac{100\,D}{4} = \frac{100 \times 4}{4} = 100'' = 1'\ 40''$$

Cálculo de la depresión.

$$d = \frac{0{,}92}{\text{sen } 1''}\sqrt{\frac{6\,370\,300}{2\,e}}$$

Sea $e = 110 \quad \therefore \quad 2\,e = 220$

$$\left.\begin{array}{rl} \log\ 2\,e = & 2{,}342\ 423 \\ \log\ R = & 6{,}804\ 160 \end{array}\right] -$$

$$\log \frac{2\,e}{R} = \bar{5}{,}538\ 263$$

$$\left.\begin{array}{rl} \frac{1}{2}\log\frac{2\,e}{R} = & \bar{3}{,}769\ 131 \\ \log\ 0{,}92 = & \bar{1}{,}963\ 788 \\ \log \text{sen } 1'' = & \bar{6}{,}685\ 575 \end{array}\right] \begin{array}{l} - \\ + \end{array}$$

$$\log \frac{\text{sen } 1''}{0{,}92} = 5{,}278\ 213$$

$$\log d = 3{,}047\ 344$$

$$d = 1115''$$

$$d = 18'\ 35''$$

Cálculo de OB.

$$\begin{array}{rl} Ai = & 0°\ 30'\ 20'' \\ Ei = & -\ 10'' \\ \hline \Theta = & 0\ \ 30\ \ 10 \\ d = & +\ 18\ \ 35 \\ \hline \Theta + d = & 0\ \ 48\ \ 45 \\ \frac{100\,D}{4} = & -\ \ 1\ \ 40 \\ \hline \alpha = & 0\ \ 47\ \ 05 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \log 1852 = & 3,\ 267\ 645 \\ \log D = & 0,\ 602\ 060 \\ \log \text{tg}\ \alpha = & \bar{2},\ 136\ 621 \\ \hline \log OB = & 2,\ 006\ 322 \\ OB = & 101{,}5 \text{ metros} \end{array}$$

Habiendo una diferencia de 110 — 101,5 = 8,5 metros, se calcula *OB* por segunda vez.

2.º Cálculo de d

Sea $e = 101{,}5$ metros

$$\log e = 2{,}006\ 322$$
$$\log 2 = 0{,}301\ 030$$
$$\log 2e = 2{,}307\ 352$$
$$\log R = 6{,}804\ 160$$
$$\log \frac{2e}{R} = \bar{5}{,}503\ 192$$
$$\tfrac{1}{2}\log \frac{2e}{R} = \bar{3}{,}751\ 595$$
$$\log \frac{0.92}{\text{sen } 1''} = 5{,}278\ 213 \quad +$$
$$\log d = 3{,}029\ 809$$
$$d = 1071''$$
$$d = 17'51''$$

2.º Cálculo de OB

$$\theta = 0°\ 30'\ 10''$$
$$d = +\ 17\ 51$$
$$\theta + d = 0\ 48\ 01$$
$$\frac{100\,D}{4} = -\ 1\ 40$$
$$a = 0\ 46\ 21$$

$$\log 1852\,D = 3{,}869\ 701$$
$$\log \text{tg. } a = \bar{2}{,}129\ 802$$
$$\log OB = 1{,}999\ 503$$

$$OB = 99{,}9 \text{ metros}$$

3.er Cálculo de d

Sea $e = 99{,}9$ metros

$$\log e = 1{,}999\ 503$$
$$\log 2 = 0{,}301\ 030$$
$$\log 2e = 2{,}300\ 533$$
$$\log R = 6{,}804\ 150$$
$$\log \frac{2e}{R} = \bar{5}{,}496\ 373$$
$$\tfrac{1}{2}\log \frac{2e}{R} = \bar{3}{,}748\ 186$$
$$\log \frac{0.92}{\text{sen } 1''} = 5{,}278\ 213 \quad +$$
$$\log d = 3{,}026\ 399$$
$$d = 1063''$$
$$d = 17'43''$$

3.er Cálculo de OB

$$\theta = 0°\ 30'\ 10''$$
$$d = +\ 17\ 43$$
$$\theta + d = 0\ 47\ 53$$
$$\frac{100\,D}{4} = -\ 1\ 40$$
$$a = 0\ 46\ 13$$

$$\log 1852\,D = 3{,}869\ 701$$
$$\log \text{tg. } a = \bar{2}{,}128\ 554$$
$$\log OB = 1{,}998\ 252$$

$$OB = 99{,}6 \text{ metros}$$

Finalmente, tomando $e = 99{,}6$ obtendremos la cuarta aproximación en que $OB = 99{,}5$ metros y como

siendo $e = 1$, tendremos

$$x = OB - e$$
$$x = 99{,}5 - 1'.0$$
$$x = 98{,}5 \text{ metros}$$

CARLOS VIAL JONES,
Tte. 1.º (N).